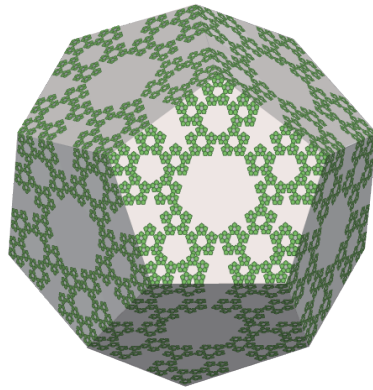


MALLAS DE APRENDIZAJE



MATEMÁTICAS

GRADO 3°

Documento para la implementación de los DBA



GOBIERNO DE COLOMBIA



MINEDUCACIÓN

Siempre
Día e



Presidente de la República

Juan Manuel Santos Calderón

Ministra de Educación Nacional

Yaneth Giha Tovar

Viceministra (e) de Educación Preescolar, Básica y Media

Liliana Zapata Bustamante

Directora de Calidad para la Educación Preescolar, Básica y Media

Mónica Ramírez Peñuela

Subdirectora de Fomento de Competencias

Camila Gómez Afanador

Subdirector de referentes y evaluación

Diego Fernando Pulecio Herrera

Equipo técnico del Ministerio de Educación Nacional

Ana Camila Medina Pulido

Jorge Castaño García

Yadira Sanabria Mejía

Jenny Andrea Blanco Guerrero

Ricardo Cañón Moreno

Equipo técnico de la Universidad de Antioquia

Gilberto Obando Zapata

Walter Fernando Castro Gordillo

Jhony Alexander Villa Ochoa

Martha Bonilla Estévez

Paula Andrea Rendón Mesa

Mónica Marcela Parra Zapata

Maria Denis Vanegas Vasco

Olga Emilia Botero Hernández

Juan Fernando Molina Toro

Oscar Iván Santafé

Luz Cristina Agudelo Palacio

Sugey Andrea González Sánchez

Agradecimientos

A los asesores internacional y nacional Joaquín Jiménez y Rodolfo Vergel.

A los profesionales del Ministerio de Educación Nacional que hicieron lectura y aportes a los documentos:

Diego Fernando Pulecio Herrera
Dirección de Calidad

Guillermo Andrés Salas Rodríguez
Dirección de Calidad

Juan Pablo Albadan Vargas
Programa Todos a Aprender

Julián Ricardo Gómez
Programa Todos a Aprender

Yerry Londoño Morales
Programa Todos a Aprender

José Antonio Rodríguez Suárez
Programa Todos a Aprender

Jairo Anibal Rey Monroy
Dirección de Calidad

Jefferson Bustos Ortíz
Dirección de Calidad

Mariajosé Otálora Lozano
Programa Todos a Aprender

A los docentes del sector oficial y privado que participaron en las mesas de discusión y aportaron a la construcción de las Mallas de aprendizaje:

Bernardo Recamán Santos
Consultor

Alexander Sarria
Colegio Los Nogales

Amalia Cristina Torres Montiel
Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central

Claudia Galindo Urquijo
Colegio Andino

Omar Fuquen
Colegio Hacienda los Alcaparros

Juan Manuel Galán Suárez
Colegio Tilatá

Zulma León
Colegio Gimnasio los Portales

María Margarita Botero de Mesa
Invitada especial

A formadores, tutores y docentes del Programa Todos a Aprender y Liceos del Ejército, quienes a partir del uso de las mallas de aprendizaje han brindado aportes para su realimentación.

A docentes, directivos docentes, representantes de la academia que participaron en los diferentes escenarios de socialización de las Mallas de aprendizaje.

INTRODUCCIÓN GENERAL

Matemáticas - Grado 3°

Se espera que los estudiantes lleguen a grado tercero con algunas ideas sobre:

- ✓ La necesidad de utilizar el análisis de datos para resolver preguntas que impliquen la descripción del comportamiento de una **variable cualitativa** nominal. También, tienen mayor habilidad en la construcción y lectura de representaciones como las tablas de conteo, **pictogramas** con escala y sin ella, gráficas de puntos y de barras simples. Determinan la posibilidad o no de ocurrencia de algunos sucesos o eventos.
- ✓ Los números, al menos hasta 10.000. Comprendan y resuelvan problemas aditivos y problemas sencillos de multiplicación y división mediante procedimientos basados en la suma y la resta (sumas o restas repetidas, duplicación, entre otras). El carácter posicional y decimal

del sistema de numeración. Realizan cuentas y estiman resultados basándose en **descomposiciones de tipo aditivo y aditivo-multiplicativo**. Identifican patrones en secuencias y utilizan propiedades de las operaciones para justificar regularidades.

- ✓ La comparación, medición y estimación de magnitudes como longitud, superficie, peso, duración de los eventos, entre otras, usando **patrones, unidades e instrumentos** estandarizados y no estandarizados. También, que reconozcan las formas de sólidos y sus caras considerando propiedades geométricas y las relaciones de paralelismo, perpendicularidad entre líneas rectas, además que describan desplazamientos y trayectorias referenciando la posición de un objeto, persona o animal.

Durante grado tercero, se espera que los estudiantes :

- ✓ Recolecten, organicen, representen y analicen datos, e inicien el estudio de **variables cualitativas** ordinales. Determinen la posibilidad de ocurrencia de eventos simples y los cuantifiquen en una escala cualitativa.
- ✓ Extiendan la numeración más allá de 10.000 y profundicen las comprensiones sobre el sistema de numeración. Consoliden sus habilidades para realizar y utilizar **descomposiciones de tipo aditivo y aditivo-multiplicativo** y se inicien en los algoritmos estandarizados de las operaciones. Avancen en la comprensión y resolución de problemas de suma, resta (además del tipo de problemas que se vienen trabajando desde grado segundo, se enfatizan los de **relaciones inversas y problemas compuestos de dos etapas**), multiplicación y división (con mayor énfasis en **problemas multiplicativos**).

Describan situaciones de variación y otras que suponen el uso de cantidades no conocidas y expresen sus conclusiones mediante el lenguaje verbal y el uso de **expresiones matemáticas**.

- ✓ Midan áreas y perímetros de figuras planas, particularmente cuadriláteros, mediante procedimientos geométricos, como recubrir o descomponer. Además, que estimen y midan magnitudes como capacidad, volumen, área y tiempo en la resolución de problemas. Describan formas bidimensionales y tridimensionales, nombrando sus elementos y comparando sus propiedades; también, que resuelvan problemas relacionados con la posición y **transformaciones** de formas geométricas.

PROGRESIÓN DE APRENDIZAJES

ÁREA DE MATEMÁTICAS

Pensamiento Aleatorio y Estadístico

GRADO 2°

Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo, pictogramas con escalas y gráficos de puntos, comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.

GRADO 3°

DBA 10

Lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia, gráficos de barras y/o pictogramas con escala, para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Identifica** las características de la población en estudio y establece su tamaño.
- **Construye** tablas y gráficos que representan los datos a partir de la información dada.
- **Analiza e interpreta** información que ofrecen las tablas y los gráficos de acuerdo con el contexto.
- **Identifica** la moda a partir de datos que se presentan en gráficos y tablas.
- **Compara** la información representada en diferentes tablas y gráficos para formular y responder preguntas.

GRADO 4°

Recopila y organiza datos en tablas de doble entrada y los representa en gráficos de barras agrupadas o gráficos de líneas para responder una pregunta planteada. Interpreta la información y comunica sus conclusiones.

Explica, a partir de la experiencia, la posibilidad de ocurrencia o no de un evento cotidiano y el resultado lo utiliza para predecir la ocurrencia de otros eventos.

DBA 11

Plantea y resuelve preguntas sobre la posibilidad de ocurrencia de situaciones aleatorias cotidianas y cuantifica la posibilidad de ocurrencia de eventos simples en una escala cualitativa (mayor, menor e igual).

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Formula y resuelve** preguntas que involucran expresiones que jerarquizan la posibilidad de ocurrencia de un evento, por ejemplo: imposible, menos posible, igualmente posible, más posible, seguro.
- **Representa** los posibles resultados de una situación aleatoria simple por enumeración o usando diagramas.
- **Asigna** la posibilidad de ocurrencia de un evento de acuerdo con la escala definida.
- **Predice** la posibilidad de ocurrencia de un evento al utilizar los resultados de una situación aleatoria.

Comprende y explica, usando vocabulario adecuado, la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar.

Pensamiento Numérico

GRADO 2°

Interpreta, propone y resuelve problemas aditivos (de composición, transformación y relación) que involucren la cantidad en una colección y la medida de magnitudes (longitud, peso, capacidad y duración de eventos) y problemas multiplicativos sencillos.

DBA 1

Interpreta, formula y resuelve problemas en diferentes contextos, tanto aditivos de composición, transformación y comparación; como multiplicativos directos e inversos.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Construye** diagramas para representar relaciones aditivas o multiplicativas observadas entre las cantidades presentes en una situación.
- **Resuelve** problemas aditivos (suma o resta) y multiplicativos (multiplicación o división) de composición de medida y de conteo.
- **Propone** estrategias para calcular el número de combinaciones posibles de un conjunto de atributos.
- **Analiza** los resultados ofrecidos por el cálculo matemático e identifica las condiciones bajo las cuales ese resultado es o no plausible.

GRADO 4°

Interpreta las fracciones como razón, relación parte todo, cociente y operador en diferentes contextos.

DBA 2

Propone, desarrolla y justifica estrategias para hacer estimaciones y cálculos con operaciones básicas en la solución de problemas.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Utiliza** las propiedades de las operaciones y del Sistema de Numeración Decimal para justificar en los cálculos acciones como: descomposición de números, completar hasta la decena más cercana, duplicar, cambiar la posición, multiplicar abreviadamente por múltiplos de 10, entre otros.
- **Reconoce** el uso de las operaciones para calcular la medida (compuesta) de diferentes objetos de su entorno.
- **Argumenta** cuando algunos atributos de los objetos se pueden ser medidos mediante la comparación directa con una unidad y cuándo pueden ser calculados con algunas operaciones entre números.

Describe y justifica diferentes estrategias para representar, operar y hacer estimaciones con números naturales y números racionales (fraccionarios), expresados como fracción o como decimal.

Pensamiento Numérico

GRADO 2°

Utiliza el Sistema de Numeración Decimal para comparar, ordenar y establecer diferentes relaciones entre dos o más secuencias de números con ayuda de diferentes recursos.

GRADO 3°

**DBA
3**

Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Realiza** mediciones de un mismo objeto con otros de diferente tamaño y utiliza las fracciones para establecer equivalencias entre ellos.
- **Utiliza** las razones y fracciones como una manera de establecer comparaciones entre dos cantidades.
- **Propone** ejemplos de cantidades que se relacionan entre sí según correspondan a una fracción dada.
- **Utiliza** fracciones para expresar la relación de “el todo” con algunas de sus “partes”, así mismo, diferencia este tipo de relación de otras como las relaciones de equivalencia (igualdad) y de orden (mayor que y menor que).

GRADO 4°

Establece relaciones mayor que, menor que, igual que y relaciones multiplicativas entre números racionales en sus formas de fracción o decimal.

Pensamiento Variacional

GRADO 2°	GRADO 3°	GRADO 4°
<p>Propone e identifica patrones y utiliza propiedades de los números y de las operaciones para calcular valores desconocidos en expresiones aritméticas.</p>	<p>DBA 8 Describe y representa los aspectos que cambian y permanecen constantes en secuencias y en otras situaciones de variación.</p> <p>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Describe de manera cualitativa situaciones de cambio y variación utilizando lenguaje natural, gestos, dibujos y gráficas. ● Construye secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas. ● Encuentra y representa generalidades y valida sus hallazgos de acuerdo al contexto. 	<p>Identifica, documenta e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades en diferentes fenómenos (en las matemáticas y en otras ciencias) y los representa por medio de gráficas.</p>
<p>Opera sobre secuencias numéricas para encontrar números u operaciones faltantes y utiliza las propiedades de las operaciones en contextos escolares o extraescolares.</p>	<p>DBA 9 Argumenta sobre situaciones numéricas, geométricas y enunciados verbales en los que aparecen datos desconocidos para definir sus posibles valores según el contexto.</p> <p>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Propone soluciones con base en los datos a pesar de no conocer el número. ● Toma decisiones sobre cantidades en las que no conoce el valor, en situaciones de suma y multiplicación. ● Trabaja con números desconocidos para dar respuestas a expresiones aritméticas. 	<p>Identifica patrones en secuencias (aditivas o multiplicativas) y los utiliza para establecer generalizaciones aritméticas o algebraicas.</p>

Pensamiento Métrico

GRADO 2°

Compara y explica características que se pueden medir, en el proceso de resolución de problemas relativos a longitud, superficie, capacidad, velocidad, peso o duración de los eventos, entre otros.

GRADO 3°

**DBA
4**

Describe y argumenta posibles relaciones entre los valores del área y el perímetro de figuras planas (especialmente cuadriláteros).

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Toma** decisiones sobre la magnitud a medir (área o longitud) según la necesidad de una situación.
- **Realiza** recubrimientos de superficies con diferentes figuras planas para estimar o calcular el área.
- **Mide y calcula** el área y el perímetro de un rectángulo y expresa el resultado en unidades apropiadas según el caso.
- **Reconoce** que figuras de igual perímetro pueden tener diferente área.

GRADO 4°

Caracteriza y compara atributos medibles de los objetos (densidad, dureza, peso, capacidad de los recipientes, temperatura) con respecto a procedimientos, instrumentos y unidades de medición; y con respecto a las necesidades a las que responden.

Utiliza patrones, unidades e instrumentos estandarizados y no estandarizados en procesos de medición, cálculo y estimación de magnitudes como longitud, peso, capacidad y tiempo.

**DBA
5**

Realiza estimaciones y mediciones de volumen, capacidad, longitud, área, peso de objetos o la duración de eventos como parte del proceso para resolver diferentes problemas.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Compara** objetos según su longitud, área, capacidad, volumen, etc.
- **Hace** estimaciones de longitud, área, volumen, peso y tiempo según su necesidad en la situación.
- **Hace** estimaciones de volumen, área y longitud en presencia de los objetos y los instrumentos de medida y en ausencia de ellos.
- **Empaca** objetos en cajas y recipientes variados y calcula la cantidad que podría caber, para ello tiene en cuenta la forma y volumen de los objetos a empacar y la capacidad del recipiente en el que se empaca.

Elige instrumentos y unidades estandarizadas y no estandarizadas para estimar y medir longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura, y a partir de ellos hace los cálculos necesarios para resolver problemas.

Pensamiento Espacial

GRADO 2°	GRADO 3°	GRADO 4°
<p>Clasifica, describe y representa objetos del entorno a partir de sus propiedades geométricas para establecer relaciones entre las formas bidimensionales y tridimensionales.</p>	<p>DBA 6 Describe y representa formas bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con las propiedades geométricas.</p> <p>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Relaciona objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales, nombra y describe sus elementos. ● Clasifica y representa formas bidimensionales y tridimensionales tomando en cuenta sus características geométricas comunes y describe el criterio utilizado. ● Interpreta, compara y justifica propiedades de formas bidimensionales y tridimensionales. 	<p>Identifica, describe y representa figuras bidimensionales y cuerpos tridimensionales y establece relaciones entre ellas.</p>
<p>Describe desplazamientos y referencia la posición de un objeto mediante nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en la solución de problemas.</p>	<p>DBA 7 Formula y resuelve problemas que se relacionan con la posición, la dirección y el movimiento de objetos en el entorno.</p> <p>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Localiza objetos o personas a partir de la descripción o representación de una trayectoria y construye representaciones pictóricas para describir sus relaciones. ● Identifica y describe patrones de movimiento de figuras bidimensionales que se asocian con transformaciones como: reflexiones, traslaciones y rotaciones de figuras. ● Identifica las propiedades de los objetos que se conservan y las que varían cuando se realizan este tipo de transformaciones. 	<p>Identifica los movimientos realizados a una figura en el plano respecto a una posición o eje (rotación, traslación y simetría) y las modificaciones que pueden sufrir las formas (ampliación-reducción).</p>

CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS

Sobre el Pensamiento aleatorio

En el grado tercero, se continúa la formulación de preguntas que requieren la recolección, organización, representación y análisis de datos. Se favorece el estudio de **variables cualitativas** ordinales. Los estudiantes podrán describir el comportamiento de los datos mediante tablas de conteo, **pictogramas**, gráficas de puntos y de barras simples. Podrán establecer conclusiones apoyadas en la interpretación de los datos. Reconocen la variabilidad de los datos en razón a que los individuos o las poblaciones que participan en el estudio son diferentes. En este grado, como en los anteriores, continuarán participando en **ciclo investigativo** para desarrollar su razonamiento estadístico. (DBA 10)

Se tienen experiencias con la recolección, organización y análisis de datos cualitativos, así como con el planteamiento de preguntas estadísticas que implican estudios censales (poblacionales) y la recolección de datos mediante encuestas o experimentos simples. Reconocen la variación en los gráficos de barras y **pictogramas** de manera intuitiva, analizan las diferencias entre los valores que toma una variable en estudio y son capaces de reconocer los elementos fundamentales que debe tener una gráfica de barras, un pictograma y una tabla de frecuencias para su lectura e interpretación. (DBA 10)

En la fase de organización y análisis de los datos, se busca que los estudiantes elaboren tablas de frecuencia y gráficos de barras para representar de manera organizada la información. Para la elaboración del gráfico de barras, es importante que los estudiantes reconozcan que esta representación permite describir el comportamiento de los datos. P. ej., identificar el dato que más se repite, el que menos se repite, así como los valores de la variable que tengan la misma frecuencia.

Para que se identifiquen las características de un diagrama de barras, se requiere:

- Diferenciar, de acuerdo con la posición (horizontal o vertical) de las barras, el eje en el que se representan los valores de la **variable cualitativa** (ordenados en caso de ser ordinal) y el eje en el que se representan las frecuencias absolutas (el número de veces que aparece el valor de una variable) como valores en una recta numérica.
- Escoger adecuadamente la escala para la recta numérica, la cual deberá ser proporcional a los valores de las frecuencias absolutas.
- Las alturas de las barras han de ser proporcionales a la frecuencia absoluta de los valores de la variable.
- Las barras tienen el mismo ancho y la misma distancia entre cada una de ellas. (DBA 10)

Se cuantifica la probabilidad de un suceso asignando grados de ocurrencia en una escala definida. P. ej., si se tiene una pecera con peces de colores, es imposible, menos posible, igualmente posible, más posible o seguro que se encuentren peces de color azul o rojo. (DBA 11)

Situaciones que promueven el aprendizaje

A continuación se presentan algunos ejemplos de contextos generales que pueden ser enriquecidos en las planeaciones de aula para el diseño de situaciones problema que promuevan el aprendizaje, en las que los estudiantes:

- A** Estudien características de ellos mismos o de su entorno cercano para responder preguntas en las que las variables en estudio sean cualitativas ordinales: grado de satisfacción (leve, moderado, alto), medallas de una prueba deportiva (oro, plata, bronce), entre otros.
- B** Por medio del diseño de ruletas de colores, se indague, p. ej., ¿cuál color tiene mayor posibilidad de salir en la ruleta 2 o en la ruleta 3?, ¿es posible que en la ruleta 1 salga el color rojo?, en la ruleta 3, ¿es menos posible que salga el color rojo?



Una situación que es posible abordar en este grado es la siguiente: el docente comenta a los estudiantes que en una noticia del periódico local se preguntó a los funcionarios de una empresa sobre la frecuencia con la que realizan deporte en la semana.

Los resultados encontrados se presentan en la siguiente tabla:

POSIBILIDAD	CANTIDAD DE PERSONAS
Muchas veces	5
A veces	18
Pocas veces	9
Nunca	10

Se promueve que los estudiantes realicen esta misma encuesta en el curso y propongan estrategias para el análisis y presentación de los datos. Una vez recolectada la información, la discusión girará en torno a las formas de organizar, presentar y analizar los resultados. Se puede utilizar un **pictograma** o un diagrama de barras para representar la información.

Favorezca representaciones en papel cuadriculado comenzando sin escala (1 a 1), luego con escala (1 a 2, 1 a 5, y así progresivamente) para ayudar a los estudiantes que presentan dificultades en la realización de gráficos de barras con escalas.



Observe si los estudiantes logran relacionar los resultados del estudio realizado a los funcionarios y publicado en el periódico con el realizado a los estudiantes del curso (p. ej., establecer cuál de los dos grupos hace más deporte en la semana). En caso de ser necesario, oriente a los estudiantes para que comparen las semejanzas y diferencias en el comportamiento de los dos grupos (los funcionarios y los estudiantes).



Para finalizar la actividad y abordar el tema de la probabilidad, puede preguntarse: si se realiza este mismo estudio en otros cursos de primaria, ¿es muy posible, algo posible o es imposible que se encuentre el mismo número de estudiantes que responden muchas veces en la encuesta?, ¿es muy posible, poco posible o imposible que todos los estudiantes respondan que nunca realizan algún deporte? preguntas que conducen a valorar cualitativamente la posibilidad de ocurrencia de sucesos.

CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS

Sobre los Pensamientos numérico y variacional

La comprensión del valor posicional en el Sistema de Numeración Decimal (SND), además de las **descomposiciones de tipo aditivo y aditivo-multiplicativo** estudiadas en los grados primero y segundo, requiere entender la relación multiplicativa entre dos unidades consecutivas en el sistema (p. ej., entender que 1 centena son 100 unidades, porque 1 centena son 10 decenas y, a su vez, 1 decena son 10 unidades; o que 1 unidad de mil son 1.000 unidades, porque 1 unidad de mil son 10 centenas, 1 centena son 10 decenas, 1 decena son 10 unidades, y así con unidades de otro orden). Estos hechos se relacionan con equivalencias en el Sistema Métrico Decimal (p. ej., 1 metro son 100 centímetros, porque 1 metro son 10 decímetros y 1 decímetro son 10 centímetros) y vinculan estas formas de hacer cuentas con los algoritmos estandarizados. (DBA 1 y 3)

Pasar de problemas de una etapa a **problemas de dos etapas** resulta difícil para algunos estudiantes, especialmente si se trata de combinaciones de **problemas directos e inversos**.

Puede ser útil promover estrategias para la **resolución de un problema por descomposición en etapas**, apoyarlos en la lectura en caso de dificultades y, a medida que se les lee, orientarlos para que registren los datos por escrito y analicen la información del problema; cuando sea posible, recrear el enunciado para ayudar a representar las acciones sugeridas, elaborar esquemas, intentar resolver el mismo problema con cantidades menores y manipular materiales. (DBA 1)

La multiplicación, como agregación sucesiva de grupos iguales, y la división, como repartos equitativos, son apenas algunos de los significados asociados con lo multiplicativo, por lo que conviene que los estudiantes se enfrenten a tipos de **problemas multiplicativos** que requieren otras comprensiones (grupos iguales, arreglos rectangulares, operadores multiplicativos). (DBA 1)

A medida que los estudiantes idean estrategias para resolver **problemas multiplicativos**, ganan habilidad para encontrar resultados de las multiplicaciones. Poco a poco conviene apoyarlos para que apliquen algunas estrategias como: de $2 \times 8 = 16$ calcular 8×2 ; de $3 \times 4 = 12$ calcular 6×4 , porque 6 es el doble de 3; de $3 \times 4 = 12$ calcular 4×4 , porque 4 es una vez más que 3; de $10 \times 4 = 40$, calcular 5×4 , porque 5 veces es la mitad de 10 veces). (DBA 1)

Dadas algunas prácticas de enseñanza, es común que los estudiantes asuman actitudes poco favorables para los procesos de resolución de problemas (p. ej., creer que resolver un problema consiste en aplicar un único método previamente enseñado por el docente) por eso, es importante orientarlos para que propongan y comprueben sus propias ideas, persistan en la búsqueda de soluciones e ideen métodos para controlar la validez de las soluciones. (DBA 1)

Comprender los fraccionarios es más que aprender a partir unidades, representarlas mediante fracciones de un todo o aprender los algoritmos de las operaciones. Los estudiantes construyen la idea de fraccionario a medida que se enfrentan a diversos problemas en variados contextos que exigen distintos significados de la fracción (en grado tercero **parte-todo, operador** y, en menor medida, como razón). (DBA 3)

Además de descubrir y establecer regularidades en secuencias, y describir cualitativamente la variación entre dos magnitudes que se ponen en relación, los estudiantes avanzan en el pensamiento variacional al enfrentarlos a situaciones que requieren hacer operaciones sobre valores no conocidos y pedir que las comuniquen. (DBA 8 y 9)

Situaciones que promueven el aprendizaje

A continuación se presentan algunos ejemplos de contextos generales que pueden ser enriquecidos en las planeaciones de aula para el diseño de situaciones problema que promuevan el aprendizaje, en las que los estudiantes:

- A** Resuelven problemas aritméticos que no tengan única solución (p. ej., pagar exactamente con monedas de quinientos y de cien un helado que cuesta \$ 1.700. Puede aumentarse a tres tipos de monedas y poner condiciones sobre la cantidad de monedas para utilizar). Estos problemas requieren diseñar métodos sistemáticos para encontrar todas las posibilidades.
- B** Hacen repartos de dinero. P. ej., repartir \$ 5.450 en partes iguales entre 4 personas. El dinero se representa con 5 billetes de \$ 1.000, 4 de \$ 100 y 5 de \$ 10. Después de dar 1 billete de \$ 1.000 a cada uno, el que sobra se cambia por 10 de \$ 100. Cada vez se cambian los billetes que sobran por 10 de la denominación inmediatamente menor.

Acompañe a los estudiantes para que realicen los cambios adecuados al hacer repartos como \$ 1.020 (1 moneda de \$ 1000 y 2 de \$ 10) entre 6 personas. En caso de ser necesario, muestre que la moneda de \$ 1.000 puede cambiarse por 10 de \$ 100; y las 4 de \$ 100 restantes, por 40 de \$ 10.



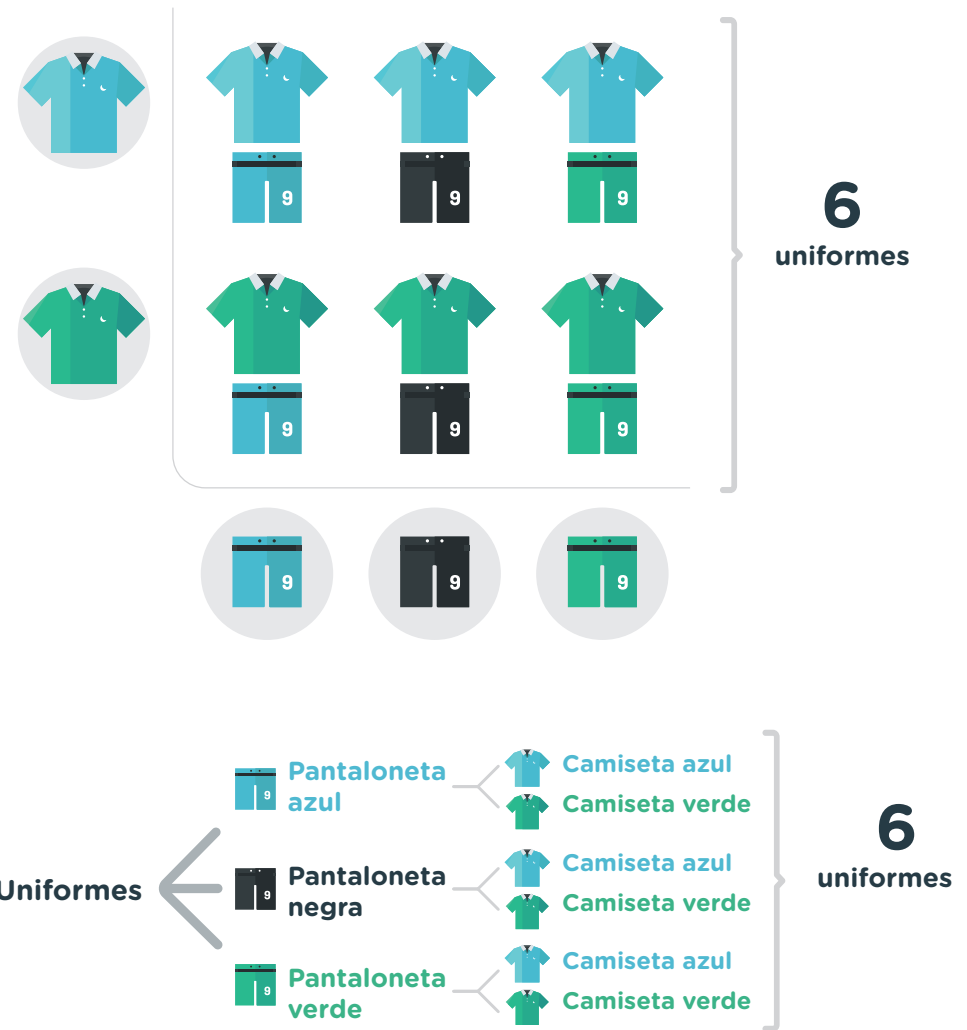
- C** Elaboren tablas o dibujos en los que registren los valores que va tomando una magnitud cuando otra varía. P. ej., Al comedor escolar cada media hora ingresan 20 estudiantes, mientras el tiempo aumenta, disminuye la cantidad de estudiantes que faltan por ingresar. A partir de esta información se puede construir una tabla, en la que se registre el tiempo transcurrido, la cantidad de estudiantes atendidos y la cantidad de estudiantes que faltan por refrigerio. De esa forma analizar el comportamiento de dichas variables. También se puede analizar la relación número de estudiantes y la cantidad de producto entregado en el refrigerio, dependiendo de la unidad de empaque del mismo. P. ej., si cada paquete de galletas tiene 6 unidades ¿cuántos paquetes se necesitan para tener un total de 24 galletas?, si a cada estudiante se le entrega una galleta, ¿con nueve paquetes cuántos estudiantes se atienden? (DBA 8)

Número de paquetes de galletas	Número de galletas
2	
	24
5	
	54
7	
9	

D Comparen el tamaño real de una figura con su imagen ampliada o reducida. Las ampliaciones o reducciones se pueden hacer utilizando una cuadrícula para reproducir una figura, sacar una fotocopia ampliada o reducida o tomar una fotografía con *zoom*, entre otras. Para que se comparen las partes de la figura original con la imagen se formulan preguntas como: la altura de un niño es ___ y en la fotografía es _____. ¿Qué fracción representa la altura del niño en la imagen comparada con la altura real?

E Realicen mediciones en las que se fracciona la unidad para obtener medidas más aproximadas (p. ej., el largo de la mesa mide 12 lanas —un pedazo tomado como unidad— y $\frac{3}{5}$ de lana).

F Resuelven problemas de combinación. P. ej., un equipo de fútbol dispone de tres pantalonetas y dos camisetas diferentes por jugador, si se combinan, ¿cuántos uniformes diferentes pueden formar? En un inicio, pueden hacerse todas las combinaciones posibles usando figuras de las pantalonetas y de las camisetas recortadas en papel. A medida que se resuelven estos tipos de problemas, se apoya a los estudiantes para que establezcan procedimientos y representaciones gráficas que faciliten la búsqueda de todas las combinaciones. Poco a poco se alcanzarán representaciones esquemáticas, p. ej., desde diagramas de árbol, hasta llegar a representar problemas como estos mediante una multiplicación (3×2).

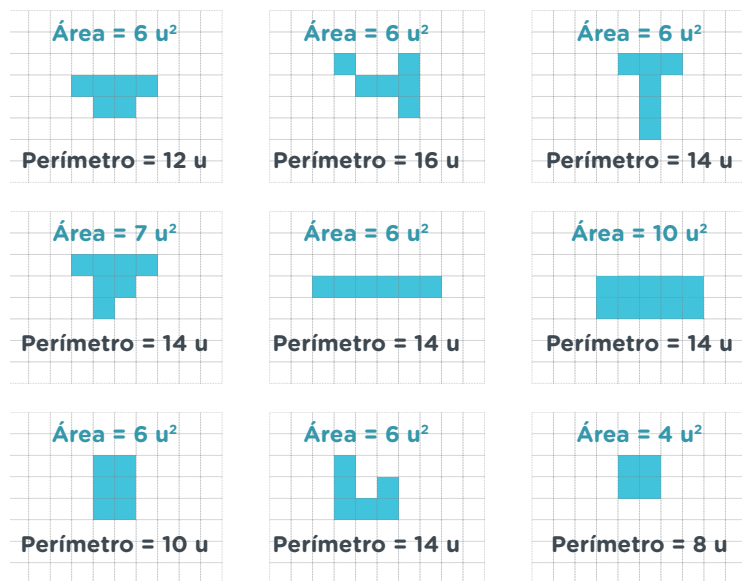


En otros momentos, pueden presentarse situaciones, p. ej., conos de helado con combinación de sabores y de empaques, tipos de alimento con diferentes empaques, tipos de alimentos para conformar el menú del refrigerio, entre otros.

Sobre los Pensamientos métrico y espacial

Medir longitudes o superficies no consiste solamente en calcular perímetros o áreas a partir de fórmulas, por ello conviene promover aproximaciones para comparar superficies como sobreponer, descomponer o recubrir (p. ej., rellenar la superficie del piso del salón con baldosas cuadradas, que serán la unidad de medida). Si la unidad de medida no “cabe” un número exacto de veces, es el momento propicio para discutir cómo establecer una nueva unidad de medida que sea menor y cómo se puede expresar el valor de la medida con la nueva unidad (submúltiplo). (DBA 4)

A partir de la medición simultánea de la longitud y la superficie de algunas figuras planas, se encuentren relaciones entre estas magnitudes. Conviene entonces proponer ejemplos en los que dos figuras planas distintas tengan igual área y diferente perímetro, diferente área e igual perímetro, diferente área y diferente perímetro, para que los estudiantes describan sus condiciones. (DBA 4)



Las comparaciones directas entre medidas de objetos diferentes (es tan pesado como una libra de arroz, le cabe tanto líquido como a un balde, ocupa el mismo espacio que una barra de plastilina, dura tanto como esta canción, entre otras) se constituyen en una base intuitiva que los estudiantes usarán para estimar medidas. Progresivamente, estiman las medidas de objetos sin compararlos directamente, pero en presencia de ellos, p. ej., que encuentren en el salón un objeto tan pesado como un libro determinado. La estimación de alguna medida de un objeto en su ausencia se favorece con preguntas como ¿la mesa del salón será más alta que la nevera de la casa?, para luego iniciar el proceso de comparación mediante el uso de unidades de medida convencionales, p. ej., ¿con cuántos dados iguales (de seis caras) crees que puede llenarse esta caja? (DBA 5)

Los estudiantes inicialmente pueden utilizar solo una propiedad geométrica en las descripciones de los objetos y sus elementos; para ampliar la comprensión, se sugiere incluir un mayor número de propiedades como número de lados, formas de las caras laterales o de las bases, medidas de los ángulos, relaciones de perpendicularidad o paralelismo, entre otras. Es importante que puedan representar los objetos que describen sus compañeros. (DBA 6)

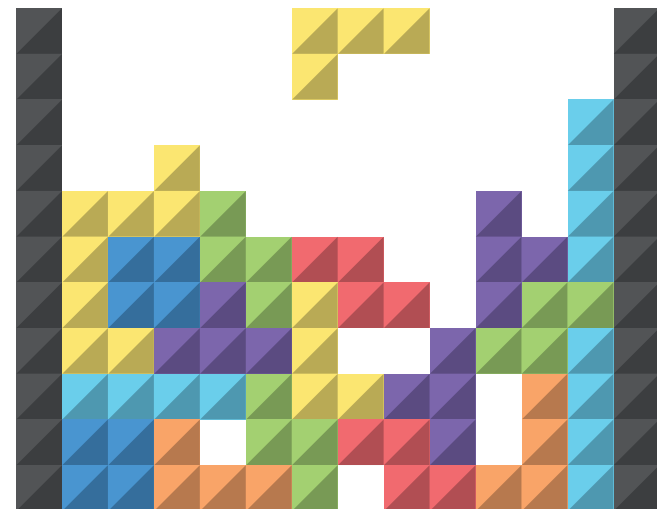
Utilizar propiedades geométricas para describir y comparar dos o más formas en dos o tres dimensiones, tales como tener dos lados paralelos o tener cuatro caras triangulares, permite que los estudiantes desarrollen habilidades de visualización para clasificar formas y cuerpos geométricos de acuerdo con criterios basados en sus propiedades. Es importante el uso de criterios de clasificación cada vez más generales, como clasificar polígonos por el número de lados (triángulos, cuadriláteros, entre otros), y luego combinar propiedades que incluyan condiciones como la perpendicularidad y el paralelismo entre sus lados. (DBA 6)

Algunas características de las formas de los objetos se encuentran ligadas a las transformaciones en el plano, las cuales se pueden considerar a través de la descripción y construcción de diseños de cenefas, enchapes de pisos, paredes o vitrales en las que formas geométricas tienen **transformaciones en el plano** (traslación, rotación, reflexión, homotecia), lo que posibilita reconocer que con esos movimientos la forma no cambia. (DBA 7)

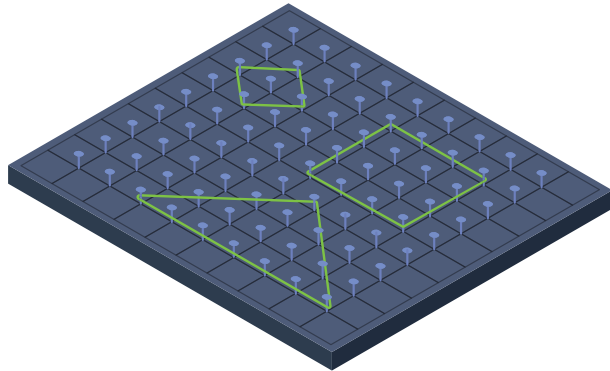
Situaciones que promueven el aprendizaje

A continuación se presentan algunos ejemplos de contextos generales que pueden ser enriquecidos en las planeaciones de aula para el diseño de situaciones problema que promuevan el aprendizaje, en las que los estudiantes:

- A** Resuelven problemas de medición y estimación de intervalos de tiempo, volúmenes, peso de objetos, entre otras magnitudes. Comparen superficies de formas geométricas regulares e irregulares con procedimientos como sobreponer y descomponer, además que encuentren el área contando el número de unidades (baldosas, hojas de papel, entre otras) que recubren la superficie.
- B** Completen patrones de movimiento, representen y describan la ubicación y los desplazamientos en un mapa, identifiquen la posición de un objeto en relación consigo mismo y con otro objeto mediante el uso de expresiones verbales y representaciones gráficas.
- C** Dibujen, construyan y recubran caras de objetos, los calquen, comparen y bordeen con cintas e hilos para que diferencien el perímetro (como el contorno de una figura) y el área (como la medida de la superficie delimitada por el contorno).
- D** Elaboren moldes para construir cajas de unas condiciones de forma y tamaño dadas. Construyan cajas o empaques para estimar las dimensiones del objeto por empacar, identifiquen unidades de medida acordes con las dimensiones del objeto, construyan cajas de prueba donde el objeto se acomode sin que sobre espacio y grafiquen o elaboren modelos del objeto y las cajas (bidimensionales y tridimensionales).
- E** Reconocen traslaciones, rotaciones (ángulos de un cuarto, medio y un giro) y reflexiones de figuras planas en situaciones como la descripción y construcción de diseños, edición de imágenes en software y juegos como el Tetris.



F Para comparar áreas y perímetros, puede utilizarse el geoplano (en caso de no contar con uno, se puede construir a partir de tablas y puntillas, usando bandas elásticas o lana).



En el geoplano los estudiantes pueden identificar y representar distintas figuras que tengan diferentes áreas y puedan ser rodeadas con la misma cantidad de lana; es decir, que tengan el mismo perímetro. Es importante acordar una unidad (p. ej., un cuadrado, un rectángulo formado por dos cuadrados o un cuadrado formado por cuatro cuadrados) para medir el área de las figuras representadas. Entregue a los estudiantes un trozo de lana, permita que trabajen con el Geoplano y realice preguntas como:

- ¿Cuántas unidades de área tiene la figura con mayor área que puede construirse con la totalidad del trozo de lana entregado?
- ¿Cuántas unidades de área tiene la figura con menor área que puede construirse con la totalidad del trozo de lana entregado?

- ¿Es posible construir dos figuras que tengan la misma cantidad de unidades de área y que hayan empleado la misma cantidad de lana?
- ¿Cuál es la menor cantidad de lana que se necesita para rodear una figura con un área dada?

Cambie las unidades con las que se calcula el área para promover discusiones sobre la medición e identificar estrategias para determinar el área con distintas unidades.



Identifique las estrategias usadas por los estudiantes para construir figuras distintas con la misma cantidad de lana. Unas figuras serán rectangulares y otras cuadriláteros cualesquiera (p. ej., trapecio o paralelogramo). Observe si para dar la medida del área además del conteo de unidades, los estudiantes empiezan a introducir procedimientos basados en la multiplicación.



Invite a reconocer que los diseños tejidos en artesanías o mochilas, además de representar elementos culturales de algunas comunidades del país, contienen formas y movimientos que pueden ser objeto de estudio para analizar y ampliar las interpretaciones de las formas. Este ejercicio, además de invitar a los estudiantes a reconocer figuras en su cotidianidad, es un pretexto para poner sobre la mesa la diversidad cultural de Colombia.

APÉNDICE

Matemáticas - Grado 3°

■ *Ciclo investigativo*

Es un enfoque didáctico utilizado en estadística basado en la resolución de problemas.



El ciclo incluye el planteamiento de un problema, que se refiere a la comprensión del sistema dinámico y al establecimiento de una pregunta; un plan, que involucra los procedimientos utilizados para llevar a cabo el estudio; los datos, que se relacionan con el proceso de recopilación de información; el análisis, que implica los procedimientos y herramientas con los que se trata la información, y las conclusiones, que comprenden las declaraciones de cómo se han interpretado los datos, qué se ha aprendido y cómo se ha respondido a la pregunta de investigación. Cada fase incluye sus propios problemas para ser comprendidos y abordados. Las fases están interrelacionadas y en ocasiones es necesario regresarse a fases previas para hacer ajustes y poder continuar, dando la idea de un ciclo (Zapata, 2014, p. 53).

■ *Descomposiciones de tipo aditivo y aditivo-multiplicativo*

Las relaciones entre las formas de escribir los números con cifras (p. ej., 354) y la forma de leerlos (trescientos cincuenta y cuatro) intervienen en la comprensión de las propiedades del sistema de numeración decimal.

Descomposición aditiva

$$354 = 300 + 50 + 4$$

Trescientos cincuenta y cuatro

Una posible forma de sumar **354 + 476**

- 300 y 400 son **700**
- 50 y 70 son **120**
- 4 y 6 son **10**

700 y 120 son **820**;

820 y 10 son **830**

Descomposición aditivo-multiplicativa

354 equivale a “3 de 100” más “5 de 10” más 4

Trescientos cincuenta y cuatro

Una posible forma de sumar **354 + 476**

- “3 de 100 y 4 de 100 son **7 de 100**” (**700**)
- “5 de 10 y 7 de 10 son 12 de 10 que puede ser entendido como **1 de 100 y 2 de 10** o como **120**”
- “4 y 6 son 10” (**1 de 10**)

Suma de los de 100: 7 y 1 son 8, 8 de 100 son **800**

Suma de los de 10: 2 y 1 son 3, 3 de 10 son **30**

Resultado: 830

Expresiones matemáticas

En términos generales una expresión matemática contiene números u otros signos (generalmente letras) que representan cantidades o cualquier otro valor de un conjunto de valores posibles y operaciones que se definen entre éstos. P. ej., $3 + 4$, $3 + 4 = 7$, $a + b = c$, $3x + 2 = 5$.

Estas expresiones permiten representar relaciones entre cantidades que intervienen en una situación. Antes de alcanzar expresiones matemáticas propiamente dichas en una situación, los estudiantes ensayan expresiones intuitivas que se apoyan en el lenguaje común, p. ej., en una situación como una salida de campo, en la que los estudiantes de cada curso se organizan en grupos de 5 estudiantes, y no es permitido conformar grupos con

estudiantes de cursos distintos, si se trata de representar el número de estudiantes de un curso que participan en la salida, se puede expresar de distintas formas:

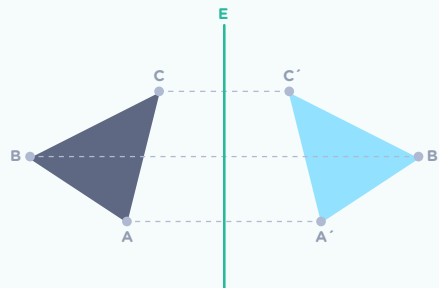
- Este número se obtiene multiplicando por 5 el número de grupos de un curso más el número de estudiantes de un grupo incompleto,
- $5 \times$ números de grupos completos + número de estudiantes del grupo incompleto o
- $5 \times \underline{\quad} + \underline{\quad}$
- Hasta expresiones más formales $5x + b$, siendo x el número de grupos completos del curso y b el número de estudiantes del grupo incompleto.

■ **Fracciones y algunos de sus significados**

Como parte y todo	Como operador	Como razón
La altura de un niño es de 72 cm; y la del padre, 1 m y 80 cm. ¿Qué fracción de la estatura del padre representa la del hijo?	La altura de una persona en la imagen de una fotografía es de 12 cm, si la persona mide 15 veces más que la imagen, ¿cuál es la altura real de la persona?	Juan estudia un plano del barrio que se ha hecho a escala. El plano reduce a $\frac{1}{500}$ las medidas reales. Si la ruta que sigue Juan para ir a la escuela mide 24 cm en el plano, ¿qué longitud camina Juan?

■ **Transformaciones de figuras en el plano**

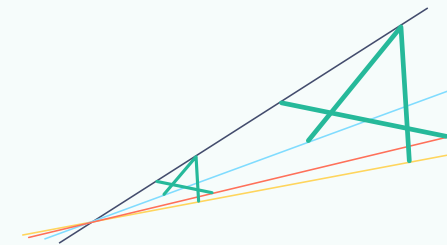
En geometría se hace referencia a una transformación de una figura en el plano cuando se crea una nueva figura a partir de otra.



Movimientos rígidos

La figura creada conserva las dimensiones de los lados y de los ángulos del original, en ese caso las dos figuras son congruentes.

Los movimientos rígidos también se llaman isometrías y pueden ser translaciones, rotaciones o simetrías. Un ejemplo concreto de este tipo de movimientos es la rotación o translación de una figura elaborada en cartulina sobre una superficie.



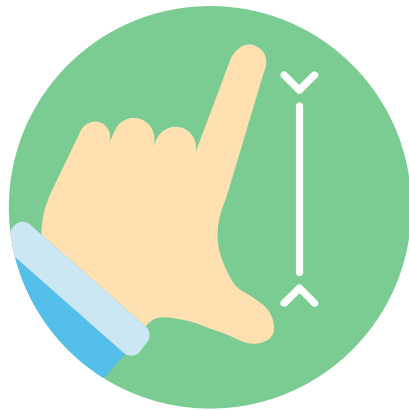
Homotecia

La figura creada conserva la medida de los ángulos pero no la de la longitud de los lados, sin embargo estas últimas guardan la misma razón con las del original. En ese caso las dos figuras son semejantes.

Un ejemplo cotidiano de esta transformación es la fotocopia ampliada o reducida de un dibujo o la relación entre un objeto y una fotografía.

Patrones, unidades e instrumentos de medida

Una unidad de medida se denomina convencional cuando su uso ha sido acordado y reconocido por una comunidad; por ejemplo el uso de algunas medidas agrícolas en el campo o en la antigüedad, como un puñado (peso) o un gome (longitud).



Gome

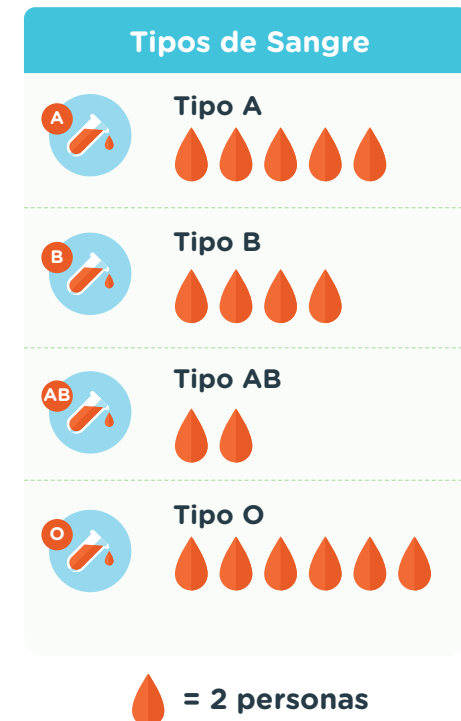
El intercambio de productos exige que se establezcan convenciones entre grupos más amplios. Así se hace necesario realizar procesos de estandarización sobre las unidades de medida con patrones (como el metro), los procedimientos de medición (para medir el largo de un palo se toma el gome como unidad y se cuenta cuántas veces “cabe” a lo largo o se toma una cinta métrica y se cubre su longitud) y los instrumentos (para medir la temperatura, el termómetro).

Pictograma

Tipo de gráfica utilizada para representar datos por medio de símbolos o dibujos que indican la frecuencia con la que aparece cada valor de la variable en estudio. Cada símbolo puede representar una o más unidades.

Sin escala: cada símbolo o dibujo representa un dato.

Con escala: cada símbolo o dibujo representa un valor fijo diferente a 1.



■ Problemas directos e inversos

Un problema aditivo se modela mediante la igualdad $a + b = c$, si el valor desconocido es c ($a + b = ?$) es directo, si uno de los valores desconocidos es a o b , el problema es inverso. De forma semejante ocurre con los problemas que se modelan mediante $a \times b = c$.

Problemas directos	Problemas inversos
<p data-bbox="331 531 495 576">$a + b = ?$</p> <p data-bbox="322 595 786 738">Alberto tiene \$ 3.450 y recibe \$ 2.400 que le regala su papá. ¿Cuánto dinero completa? ($3.450 + 2.400 = ?$)</p>	<p data-bbox="958 531 1137 576">$? + b = c$</p> <p data-bbox="958 595 2018 663">Alberto recibe \$ 2.400 que le regala su papá. si en total tiene \$ 5.850, ¿cuánto dinero tenía inicialmente? ($? + 2.400 = 5.850$)</p> <p data-bbox="958 703 1137 748">$a + ? = c$</p> <p data-bbox="958 767 1984 836">Alberto tiene \$ 3.450, con el dinero que le regala su papá completó \$ 5.850, ¿cuánto dinero recibió de su papá? ($3.450 + ? = 5.850$)</p>
<p data-bbox="331 943 495 987">$a \times b = ?$</p> <p data-bbox="322 1007 819 1150">Un resorte mide 56 cm cuando no está estirado. ¿Qué longitud alcanza cuando se estira 3 veces su longitud? ($56 \times 3 = ?$)</p>	<p data-bbox="958 943 1137 987">$? \times b = c$</p> <p data-bbox="958 1007 1977 1075">Al estirar un resorte 3 veces su longitud este alcanza 168 cm. ¿Qué longitud tiene el resorte cuando no está estirado? ($? \times 3 = 168$)</p> <p data-bbox="958 1115 1137 1160">$a \times ? = c$</p> <p data-bbox="958 1179 2045 1281">Un resorte mide 56 cm y después de estirado alcanza 168 cm. ¿Cuántas veces es la longitud del resorte estirado comparada con la longitud cuando no está estirado? ($56 \times ? = 168$)</p>

Resolución de un problema por descomposición en etapas

Cuando un problema es de varias etapas un método es descomponerlo en una secuencia de otros más simples. P. ej.

Producto	Precio
 1 libra de arroz	\$ 1.800
 1 libra de frijol	\$ 4.500
 1 frasco de aceite	\$ 3.200
 1 panela	\$ 1.200

Pedro compró varias libras de arroz y 5 panelas, pagó con un billete de \$ 50.000 y le devolvieron \$ 29.600, ¿cuántas libras de arroz compró? Este problema supone varias etapas. Una posible forma de resolverlo podría ser:

- Primera etapa: preguntarse cuánto pagó Pedro (valor del billete con el que pagó menos lo que le sobró).

- Segunda etapa: preguntarse cuánto pagó por las panelas (número de panelas compradas por el valor de cada una).
- Tercera etapa: preguntarse por el total pagado por el arroz (total pagado menos lo que pagó por las panelas).
- Cuarta etapa: preguntarse por el número de libras de arroz compradas (lo pagado por el arroz dividido entre el valor de la libra de arroz).

Es posible que los estudiantes de este grado no procedan sistemáticamente y su proceso de resolución no permita reconstruir el el paso a paso, quizá sean más intuitivos y hagan procesos de resolución simultáneos.

Una forma de solucionarlo puede ser:

- Considerar que lo pagado por el arroz (A) más lo pagado por la panela (B) es igual al total pagado (T), es decir, $A + B = T$.
- Como se desconoce el número de libras de arroz, considerar que el total pagado se obtiene de la resta de los 50.000 con que pagó menos lo que sobró ($T = 50.000 - 29.600 = 20.400$).
- Para determinar lo que paga por el arroz, (total pagado menos el valor de las 5 panelas, $20.400 - 5 \times 1.200$).
- Para establecer el número de libras de arroz que compró, se realiza la división: $14.400 \div 1.800$ dando así respuesta al problema.

Otra alternativa podría ser establecer que lo pagado por el arroz (A) más lo pagado por la panela (B) más lo recibido de vueltas es igual a \$ 50.000 ($A + B + 29.600 = 50.000$). A partir de esta idea, una vez que se tiene cuánto se pagó por el arroz, se puede encontrar la cantidad de libras compradas.

Tipos de problemas multiplicativos

Una clasificación de los tipos de problemas multiplicativos es:

De repetición de grupos iguales o sumas repetidas (forma directa)	Arreglos rectangulares (forma directa)	Operadores multiplicativos (forma directa)
<p>En cada caja se empacan 12 esferos, ¿cuántos esferos hay en 4 cajas?</p>	<p>Cuatro amigos (A, B, C, D) juegan a ponerse como disfraz una máscara de animal (león, lobo, cocodrilo). Los cuatro se presentan ante otras personas para que descubran quien se puso cada máscara. ¿Cuántas son todas las combinaciones posibles?</p> <p>Adicionalmente podría pedirse que se describan todas las combinaciones. En casos como este son muy útiles las representaciones con diagramas de árbol.</p>	<p>Un resorte se estira 5 veces su longitud en estado normal. Si la longitud del resorte en estado normal es de 24 cm, ¿cuánto mide estirado?</p>
Sumas repetidas (forma inversa)	Arreglos rectangulares (forma inversa)	Operadores multiplicativos (forma inversa)
<p>En cada caja se empacan 12 esferos, ¿cuántas cajas se necesitan para empacar 48 esferos?</p> <p>$(12 \times ? = 48)$</p> <p>Se empaican en 4 cajas 48 esferos, si todas las cajas tienen la misma cantidad, ¿cuántos esferos van en cada caja?</p> <p>$(? \times 4 = 48)$</p>	<p>Tres personas se disfrazan de animales, si en total hay 18 formas distintas de presentarse ante un público, ¿de cuántas máscaras disponen?</p> <p>De forma semejante, puede preguntarse por el número de personas.</p>	<p>Un resorte se estira hasta 5 veces su longitud en estado normal. Si estirado mide 120 cm, ¿cuánto mide en condiciones normales?</p> <p>De forma semejante, puede preguntarse por el número de veces que se estira el resorte.</p>

■ **Variables cualitativas**

Una variable es cualitativa cuando los elementos de la población sólo pueden clasificarse en categorías no numéricas (nominales u ordinales).

Nominales: no admiten un criterio de ordinalidad. P. ej.

Frutas:



Mora Uva Pera

Mascotas:



Perro Gato Canario

Ordinales: admite un criterio de ordinalidad. P. ej.

Puesto conseguido en una prueba deportiva:



Primero Segundo Tercero

Medalla en una prueba deportiva:



Oro Plata Bronce